| 2BAC : SP + SVT1+SVT2 | الدوال اللوغاريتمية | |
|---|---|---|

**تمرين 1 :**

1) حل المعادلات التالية بعد تحديد مجموعة تعريفها:

$\ln(2x+1)=1$ ; $\ln(x+1)+\ln(x+3)=0$ ; $\ln(x^2)=(2x-1)$

$2\log_5(x-1)=\log_5(x)+2$ ; $\ln(\frac{1}{x-1})+\ln(x)=1$; $\log_3(\frac{3x-1}{5-x})=2$

$\ln^2(x)+2\ln(x)-3=0$ ; $\ln^2(x+1)+3\ln(x+1)-4=0$

2) حل المتراجحات التالية بعد تحديد مجموعة تعريفها:

$\ln(x+1)>1$ ; $\ln(x+3)-2\ln(x-1)<0$ ; $\ln(x^2+2x-3)\geq 0$

$\log(x+5)-\log(2x+1)\leq 0$ ; $\ln^2(x)-2\ln(x)-3>0$

$|\ln(x)-3|\leq 1$ ; $\log_2(x+3)-\log_2(1-2x)\geq 1$

**تمرين 2:**

أحسب النهايات التالية :

1) $\lim\limits_{x\to 0^+} x\ln(\sqrt{x})$ ; 2) $\lim\limits_{x\to 0^+} x\ln^2(x)$ ; 3) $\lim\limits_{x\to 2^+}(x-2)\ln^3(x-2)$

4) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1-x)}{x}$ ; 5) $\lim\limits_{x\to -2}\frac{\ln(x+3)}{x+2}$ ; 6) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)$

7) $\lim\limits_{x\to e^+}\frac{\ln(\ln(x))}{x-e}$ ; 8) $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\ln(\cos(x))}{x}$ ; 9) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln^2(x)}{x}$

10) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\ln(x)+x^2+2x\right)$ ; 11) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x+\ln(x^2+2x)\right)$

12) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln(x^2+3x-4)}{x}$ ; 13) $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\ln(x^2+2)}{x^3+1}$

14) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x-\ln(x)}{x+\ln(x)}$ ; 15) $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\ln(1+\sqrt{x})}{x\ln(x)}$ 16) $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\ln(x+1)}{\ln(x)}$

**تمرين 3 :**

حدد الدوال الأصلية للدالة $f$ على المجال $I$ في الحالات التالية :

1) $I=\mathbb{R}$ ; $f(x)=x^5+\frac{1}{3}x^2-5x+1$

2) $I=]-\infty,0[$ ; $f(x)=\frac{-1}{x^3}+\frac{3}{x^2}-1$

3) $I=\mathbb{R}$ ; $f(x)=x\sqrt[3]{(x^2+3)}$

4) $I=]-2,+\infty[$ ; $f(x)=\frac{5}{(x+2)^3}$

5) $I=]\sqrt{2},+\infty[$ ; $f(x)=\frac{3}{\sqrt{x^2-2}}$

6) $I=\mathbb{R}$ ; $f(x)=\sin(1+2x)-\cos(-3x+2)$

7) $I=]-1,+\infty[$ ; $f(x)=\frac{x^3+2x-1}{x+1}$

8) $I=\mathbb{R}$ ; $f(x)=\frac{2x-3}{x^2-3x+4}$

**تمرين 4 :**

1) نعتبر الدالة $g$ المعرفة كما يلي : $g(x)=x^2-1+2\ln(x)$

أ - حدد $D_g$ ثم ادرس تغيرات $g$.

ب - أحسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$.

2) لتكن الدالة $f$ المعرفة كما يلي : $f(x)=\frac{x^2-1}{x^2}\ln(x)$

أ - حدد $D_f$ ثم أحسب النهايات عند محدات $D_f$

ب – أدرس تغيرات الدالة $f$.

ج – أدرس الفروع اللانهائية ل $(C_f)$ د - أنشئ $(C_f)$

**تمرين 5 :**

نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة بمايلي : $f(x)=x+\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$

1) حدد $D_f$ 2) بين أن $f$ دالة فردية

3) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$

4) تحقق أن المستقيم $(\Delta): y=x$ مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$.

5) أ – بين أن : $\forall x\in D_f: f'(x)=\frac{x^2+1}{x^2-1}$.

ب – أعط جدول تغيرات الدالة على $]1,+\infty[$.

6) بين أن $(C_f)$ يقطع محور الأفاصيل في نقطة أفصولها محصور بين $\frac{3}{2}$ و 2.

7) أنشئ المنحنى $(C_f)$.

**تمرين 6 :**

نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على $]0,+\infty[$ بمايلي:

$$f(x)=3-x+\frac{\ln(x)}{x^3}$$

1) لتكن الدالة $g$ المعرفة على $\mathbb{R}^{+*}$ ب : $g(x)=1-x^4-3\ln(x)$

أ - أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)$ .

ب – أدرس تغيرات الدالة $g$ و أعط جدول تغيراتها.

ج – أحسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$.

2) أحسب $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة.

3) أ - أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم بين أن المستقيم $(\Delta): y=-x+3$ مقارب مائل ل $(C_f)$ بجوار $+\infty$ .

ب - أدرس الوضع النسبي ل $(C_f)$ و $(\Delta)$ .

4) أ - أحسب $f'(x)$ لكل $x$ من $]0;+\infty[$.

ب - بين أن إشارة $f'(x)$ هي إشارة $g(x)$.

ج - ضع جدول تغيرات الدالة $f$.

5) أنشئ $(C_f)$ في معلم م م ( نقبل أن $(C_f)$ يقطع $(ox)$ في نقطتين أفضولييهما $\alpha$ و $\beta$ حيث $0,5\leq\alpha\leq 0,6$ و $-3\leq\beta\leq 3,1$

**تمرين 7 :**

$I$) نعتبر الدالة $h$ المعرفة على $\mathbb{R}^{+*}$ ب: $h(x)=2x\sqrt{x}-2+\ln(x)$

1) أدرس تغيرات الدالة $h$.

2) أحسب $h(1)$ ثم استنتج إشارة $h(x)$ على $]0,+\infty[$

$II$) نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على $]0,+\infty[$ بمايلي:

$$f(x)=x-1-\frac{\ln(x)}{x}$$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة.

2) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-x+1)$ ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة.

3) بين أن $\forall x\in]0,+\infty[; f'(x)=\frac{h(x)}{2x\sqrt{x}}$ .

4) أدرس الوضع النسبي ل $(C_f)$ و المستقيم $(\Delta): y=x-1$ .

5) أنشئ المنحنى $(C_f)$

**تمرين8:**

نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة ب $f(x)=x+\frac{3}{x}+2\ln(|x|)$

1) حدد حيز تعريف الدالة $f$ ثم أحسب النهايات عند المحدات.
2) أحسب $f'(x)$ ثم اعط جدول تغيرات $f$.
3) ليكن $(C)$ منحنى الدالة $f$ في معلم م.م. $(O,\vec{i};\vec{j})$.
أ- أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى $(C)$.
ب- أدرس تقعر المنحنى $(C)$.
ت- أعط معادلة ديكارتية لمماس المنحنى $(C)$ في النقطة التي أفصولها 3.
ث- أنشئ المنحنى $(C)$ مبرزا النقط التي أفاصيلها هي 3 و 2- و 4- .

**تمرين 9:**

نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة ب : $f(x)=\ln\left(\left|\frac{x-1}{x}\right|\right)$

1) حدد حيز تعريف الدالة $f$ ثم أحسب النهايات عند المحدات.
2) أحسب $f'(x)$ ثم اعط جدول تغيرات $f$.
3) ليكن $(C)$ منحنى الدالة $f$ في معلم م.م. $(O,\vec{i};\vec{j})$.
أ - أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى $(C)$.
ب - أدرس تقعر المنحنى $(C)$ ثم حدد نقطة انعطافه.
ج – أنشئ المنحنى $(C)$.

**تمرين 10:**

نعتبر الدالة $f$ المعرفة على المجال $I=\left]-\frac{1}{2},+\infty\right[$ بمايلي :

$$f(x)=\ln(1+2x)$$

**الجزء الأول:**

1) بين أن الدالة $f$ تزايدية قطعا على المجال $I$.
2) أحسب نهاية الدالة $f$ على يمين $-\frac{1}{2}$.
3) نعتبر الدالة $g$ المعرفة على المجال $I$ ب مايلي :
$g(x)=f(x)-x$.
أ – أدرس تغيرات $g$ على المجال $I$.
ب – بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما منعدم والآخر $\beta$ ينتمي إلى المجال $[1;2]$.
ج – أستنتج اشارة $g(x)$ على المجال $I$.
4) بين أن لكل عدد $x$ من المجال $]0;\beta[$ ، $f(x)\in]0;\beta[$.

**الجزء الثاني :**

نعتبر المتتالية $(u_n)$ المعرفة ب $u_0=1$ و $\forall n\in N\ u_{n+1}=f(u_n)$

1) بين بالترجع أن $u_n\in]0;\beta[$ لكل عدد صحيح طبيعي.
2) بين أن المتتالية $(u_n)$ تزايدية.
3) أستنتج أن المتتالية $(u_n)$ متقاربة.
4) حدد نهاية المتتالية $(u_n)$

**تمرين 11:**

نعتبر الدالة $f$ المعرفة بمايلي :

$$\begin{cases} f(0)=1 \\ f(x)=\frac{1}{2}x^2(3-2\ln x)+1 \quad ; \quad x>0 \end{cases}$$

وليكن $(C)$ منحنى الدالة $f$ في معلم متعامد .م $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ- أحسب $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ ، ما ذا تستنتج؟
ب – أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ .
2) أ – أدرس اشتقاق $f$ في 0.
ب - بين أن $f$ قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ ثم أحسب $f'(x)$ لكل $x$ من المجال $]0;+\infty[$.
3) أدرس تغيرات $f$ ثم اعط جدول تغيراتها.
4) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ في المجال $]0;+\infty[$ ثم أعط تقريبا للعدد $\alpha$ بالدقة $10^{-2}$.
5) حدد معدلة المماس $(D)$ للمنحنى $(C)$ في النقطة التي أفصصولها 1.
6) نعتبر الدالة $g$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بما يلي :
$g(x)=f(x)-2x-\frac{1}{2}$.
أ - أحسب $g'(x)$ و $g''(x)$ .
ب – أدرس تغيرات الدالة $g'$ ثم استنتج أشارة $g'(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.
ج - أدرس تغيرات الدالة $g$. ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى $(C)$ بالنسبة للمستقيم $(D)$.
د – أنشئ المنحنى $(C)$ حيث : $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2cm$.

**تمرين 12 :**

نعتبر الدالة $f$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بمايلي :

$$f(x)=\frac{1+2\ln(x)}{x^2}.$$

ليكن $(C)$ منحنى الدالة $f$ و $(C')$ منحنى الدالة $h$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ ب : $h(x)=\frac{1}{x}$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ ، أعط تأويلا للنتائج المحصل عليها.
2) أحسب $f'(x)$ ثم أدرس تغيرات الدالة $f$.
3) لتكن $I$ نقطة تقاطع المنحنى $(C)$ مع محور الأفاصيل . حدد احداثيتي النقطة $I$.
4) لكل $x$ من $]0;+\infty[$ نضع $g(x)=1+x+2\ln(x)$
أ – أدرس تغيرات الدالة $g$.
ب – بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا في كل من المجالين $]0;2[$ و $]2;4[$. ليكن $\alpha$ الحل الذي ينتمي إلى المجال $]2;4[$ ، أعط تأطيرا للعدد $\alpha$ سعته $10^{-2}$.
5) أ – بين أن $f(x)-\frac{1}{x}=\frac{g(x)}{x^2}$ ، ثم استنتج أن $(C)$ و $(C')$ يتقاطعان في نقطتين مختلفتين.
ب - بين أن $\forall x\geq 4\ : 0<f(x)<\frac{1}{x}$.
6) أنشئ $(C)$ و $(C')$.